

## ضریب همبستگی چیست؟ رابطه‌ی مستقیم، خنثی یا معکوس میان دو متغیر

شاید اگر از بیرون به بازارهای مالی نگاه کنیم فکر کنیم که تشکیل سبد سهام کاری ندارد. یعنی ممکن است پیش خودمان بگوییم فلان سهام را می‌خرم و می‌گذارم کنار تا پس‌اندازی باشد برای چند سال بعد. اما اگر سهام مناسبی را انتخاب نکنید، ممکن است همه‌ی سرمایه‌تان را از دست بدهید. نباید فراموش کنید که صنایع مختلفی در بازار وجود دارند که بعضی از آن‌ها به هم مرتبط هستند ولی بعضی دیگر ارتباط چندانی با هم ندارند. پس عقل حکم می‌کند سهامی را بخریم که به هم وابسته نیستند. چون اگر این وابستگی شدید باشد و یک صنعت سقوط کند، ممکن است صنایع وابسته را هم با خودش به پایین بکشد. این مبحث به مفهومی به نام ضریب همبستگی مربوط است که اگر نمی‌دانید چیست، این مقاله از [اخبار بورس](https://akhbarbourse.com) به شما کمک می‌کند با مفهوم آن در بورس و نحوه محاسبه فرمول آن در اکسل آشنا شوید.

این مقاله آموزشی کاری از گروه تولید محتوای اخبار بورس (<https://akhbarbourse.com>) است. اشتراک‌گذاری و استفاده از آن با ذکر منبع مانعی ندارد.

## فهرست مطالب

- ۱.....ضریب همبستگی چیست؟
- ۱.....فرمول ضریب همبستگی چیست؟
- ۲.....درک مفهوم ضریب همبستگی با مثال
- ۳.....عوامل موثر بر ضریب همبستگی
- ۴.....ضریب همبستگی در بورس و سایر بازارهای مالی
- ۴.....ضریب همبستگی در بورس ایران
- ۶.....کاربرد ضریب همبستگی در سرمایه گذاری و چیدمان سبد سهام
- ۶.....مثالی از کاربرد ضریب همبستگی در ترکیب پرتفوی
- ۷.....انواع ضریب همبستگی
- ۷.....ضریب همبستگی پیرسون
- ۱۰.....ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن
- ۱۱.....ضریب همبستگی کندال
- ۱۳.....نحوه محاسبه ضریب همبستگی در اکسل
- ۱۶.....جمع بندی
- ۱۷.....سوالات متداول با پاسخ‌های کوتاه

## ضریب همبستگی چیست؟

ضریب همبستگی یا Correlation Coefficient یک فاکتور آماری است که با یک عدد آن را نشان می‌دهند. این عدد درجه‌ی حرکت دو متغیر را نسبت به هم‌دیگر نشان می‌دهد. یعنی با اطلاع از این عدد می‌فهمیم که میان دو متغیر، چه رابطه‌ای وجود دارد. ممکن است دو متغیر خیلی به هم وابسته باشند، ممکن است وابستگی نداشته باشند یا حتی ممکن است رابطه‌ی معکوسی داشته باشند. همین روابط می‌توانند در تشکیل **سبد سهام** به ما کمک کنند. پس ضریب همبستگی میان دو سهم در بازار بورس به ما کمک می‌کند که بدانیم کدام سهم را انتخاب کنیم و کدام را کنار بگذاریم.

ضریب همبستگی عددی است بین  $+1$  و  $-1$ . هر کدام از این اعداد تفسیر مختلفی دارند اما نتیجه هر چه که باشد به ما می‌گوید که شدت ارتباط میان دو متغیر چقدر است. اگر بخواهیم خیلی خلاصه این مفهوم را توضیح دهیم باید بگوییم که در بازار بورس ضریب همبستگی شدت رابطه‌ی میان دو سهم را نشان می‌دهد.

## فرمول ضریب همبستگی چیست؟

ضریب همبستگی با توجه به انواع آن فرمول‌های مختلفی دارد. اما با این همه ضریب همبستگی پیرسون از همه معروف‌تر است. (در ادامه انواع این ضریب را با هم بررسی می‌کنیم.) به همین خاطر است که فرمولی که برای همبستگی همه‌جا می‌بینید، معمولاً مربوط به ضریب همبستگی پیرسون است.

## فرمول ضریب همبستگی

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y}$$

در این فرمول متغیرها به این شرح هستند:

- E: امید ریاضی
- COV: کواریانس
- CORR: ضریب همبستگی پیرسون
- $\sigma$ : انحراف معیار

## درک مفهوم ضریب همبستگی با مثال

در این بخش به کمک یک مثال ساده سعی می‌کنیم این مفهوم را بهتر توضیح دهیم. اول دو متغیر را در نظر بگیرید. با محاسبه ضریب همبستگی می‌خواهیم ببینیم این دو متغیر روی هم اثر دارند یا نه. یعنی می‌خواهیم بفهمیم اگر یکی از این متغیرها تغییر کند، واکنش متغیر دیگری چطور خواهد بود.

فرض کنید ما دو متغیر قد و وزن را می‌خواهیم با هم مقایسه کنیم. یعنی می‌خواهیم بفهمیم چه رابطه‌ای میان قد و وزن نوزادان وجود دارد. پس اول از همه به یک سری داده‌ی خام نیاز داریم. در جدول زیر قد و وزن ۹ نوزاد را مشاهده می‌کنید. کوواریانس قد و وزن این نوزادان برابر است با ۱۰/۸ کیلوگرم در سانتی‌متر. برای نشان دادن ارتباط بین دو متغیر به مفهومی به اسم کوواریانس احتیاج داریم. کوواریانس از آن جهت برای ما مهم

است که جهت ارتباط را نشان می‌دهد. اگر مثبت باشد به معنای ارتباط مستقیم و اگر منفی باشد نشان‌گر ارتباط معکوس است.

وزن	۳٫۷	۴٫۴	۵٫۶	۶٫۴	۷	۷٫۵	۸	۸٫۳	۸٫۷
قد	۴۹٫۸	۵۴٫۹	۵۸٫۴	۶۱٫۵	۶۴	۶۶	۶۷٫۶	۶۹	۷۰٫۸

میانگین وزن‌هایی که در جدول بالا آمده برابر است با ۶٫۶ کیلوگرم و میانگین قد نیز ۶۲٫۴ سانتی‌متر است. برای محاسبه کوواریانس به داده‌های جدول زیر نیاز داریم:

اختلاف وزن‌ها از میانگین	-۲٫۹	-۲٫۲	-۱	-۰٫۲	۰٫۴	۰٫۹	۱٫۴	۱٫۷	۲٫۱
اختلاف قد‌ها از میانگین	-۱۲٫۶	-۷٫۵	-۴	-۰٫۹	۱٫۶	۳٫۶	۵٫۲	۶٫۶	۸٫۴
حاصل ضرب	۳۶٫۵۳	۱۶٫۵	۴	۰٫۱۸	۰٫۶۴	۳٫۲۴	۷٫۲۸	۱۱٫۲۲	۱۷٫۶۴

با به‌دست‌آوردن میانگین حاصل‌ضرب‌ها می‌توان کوواریانس را محاسبه کرد که در این مثال برابر است با ۱۰٫۸. این عدد نشان می‌دهد که میان قد و وزن کودکان رابطه‌ای مستقیم وجود دارد.

## عوامل موثر بر ضریب همبستگی

این ضریب تحت تاثیر عوامل مختلفی ممکن است تغییر کند. مهم‌ترین این عوامل این‌ها هستند:

- سطح اندازه‌گیری و دامنه تغییرات مقادیر
- داده‌های از دست‌رفته
- غیرخطی بودن



- مقادیر دورافتاده
- تصحیح تضعیف و موارد مرتبط با تغییر نمونه‌ها
- ماتریس‌های معین غیرمثبت
- فاصله اطمینان
- حجم نمونه
- معناداری
- توان مشخص شده در برآوردهای خودگردان

## ضریب همبستگی در بورس و سایر بازارهای مالی

وقتی مفهوم ضریب همبستگی را در بازار بورس و هر بازار مالی دیگر بررسی می‌کنیم در حقیقت با ارتباط میان دارایی‌های مختلف سر و کار داریم. اصلا یک قدم دورتر می‌شویم و از نقطه‌نظری کلی‌تر به این قضیه نگاه می‌کنیم. ممکن است هر عاملی یک بازار بورس مهم (مثل **بورس نیویورک**) را تحت تاثیر قرار بدهد. در این صورت بازارهایی که همبستگی زیادی با آن بازار دارند هم این اثر را می‌پذیرند. مثال بارز آن هم تاثیر امیکرون بر این بازارهاست.

یا بورس ایران را در نظر بگیرید که چطور وقتی قیمت نفت دستخوش تغییر می‌شود، سهام مربوط به شرکت‌ها و صنایعی که به نوعی به نفت مربوط هستند همگی با هم از این تغییر تاثیر می‌گیرند. این‌ها همان روابطی هستند که ما به دنبالشان هستیم. اگر اشتراک یا اختلافی بین دو سهم باشد به کمک ضریب همبستگی می‌توانیم به آن پی ببریم. پس می‌توانیم بهتر سرمایه‌گذاری کنیم و **پوشش ریسک** را هم به خوبی انجام بدهیم.

## ضریب همبستگی در بورس ایران

اگر بخواهیم در مورد ضریب همبستگی در بورس ایران حرف بزنیم می‌توانیم به صورت کلی بگوییم که در بورس ایران شاهد همبستگی مثبت در کل بازار هستیم. مثال بارز این گفته، بازارهای بورس و **فرا بورس** هستند. این دو بازار را در نظر بگیرید تا بهتر بفهمید که همبستگی در بازار بورس ایران چطور است. یعنی نمودار سهام مختلف و **شاخص بورس** را در دوره‌های زمانی مختلف با هم مقایسه کنید. خواهید دید که بازارهای مالی بورس ایران چقدر از هم تاثیر می‌گیرند و بر هم تاثیر می‌گذارند.



در بورس ایران تعداد شرکت‌های پذیرش‌شده محدود است. به علاوه کم بودن **عمق بازار** بورس، وجود تحریم‌ها و جدا بودن بورس ایران از بازارهای جهانی هم خودشان دلایلی محکم در این زمینه هستند. به این موارد **رفتار قبیله‌ای** را هم اضافه کنید تا بهتر بفهمید که در بورس ایران چه خبر است. اما می‌توانیم همبستگی در بورس ایران را از دو منظر کلی نگاه کنیم. به دو بخش بعدی خوب توجه کنید.

## همبستگی نمادهای بورسی با سهام شاخص ساز

در بازار بورس ایران هم مثل سایر بازارهای دنیا صنایع مختلفی مثل خودروسازی، دارویی، غذایی و ... داریم. به جز این‌ها سهامی داریم که می‌توانند روی شاخص بازار اثر زیادی بگذارند که به آن‌ها سهام شاخص‌ساز می‌گویند. این سهام آن‌قدر قدرت‌مند هستند که روند بازار را تعیین می‌کنند و سهام کوچک‌تر هم از روند حرکتی آن‌ها تقلید می‌کنند.

برای درک بهتر اثر این سهام بر سایر سهام، فرض کنید که در گروه فلزات یک سهام شاخص‌ساز داریم. وقتی این سهم افت می‌کند، سهام کوچک‌تر همان گروه هم به احتمال خیلی زیاد شروع به ریزش می‌کنند. البته نمی‌شود گفت که همیشه این اتفاق می‌افتد. اما در بیشتر مواقع شاهد چنین رفتاری از سهام کوچک‌تر هستیم. در نتیجه می‌توانیم بفهمیم که این سهم شاخص‌ساز چطور می‌تواند روند سایر سهام هم‌گروه خودش را مشخص کند. گاهی حتی این سهم آن‌قدر قدرت‌مند است که حتی می‌تواند روی سایر گروه‌ها و صنایع هم اثر بگذارد.

## همبستگی نمادهای بورسی با سهامداران عمده یا شرکت‌های

### مادر

در اینجا هم یک مثال می‌تواند کارمان را راه بیندازد. فرض کنید یک شرکت هلدینگ سهام شرکت‌های بورسی را می‌خرد و یک پرتفوی متنوع از این سهام تشکیل می‌دهد. یعنی یک هلدینگ داریم که سهامدار عمده‌ی بسیاری از شرکت‌های بورسی است. اگر سهام به لحاظ **بنیادی** وضعیت مطلوبی داشته باشند یا افزایش قیمت چشمگیری در آن‌ها حاصل شود، ارزش ذاتی شرکت هلدینگ بیشتر می‌شود. در اینجا می‌توانیم ببینیم که سهام داخل پرتفوی شرکت هلدینگ چطور می‌توانند باعث **تعدیل سود** مثبت شوند.





## کاربرد ضریب همبستگی در سرمایه گذاری و چیدمان سبد سهام

حالا دیگر فهمیدیم که دلیل مثبت بودن ضریب همبستگی سهام در بورس ایران چیست. اما در بعضی مواقع همبستگی با توجه به وضعیت پرتفوی به وجود می‌آید. وقتی گزارش‌ها و **صورت‌های مالی** شرکت‌ها را بررسی کنیم می‌توانیم شباهت پرتفوی آن‌ها را پیدا کنیم. پس در نتیجه می‌شود از این طریق فرصت‌های سرمایه گذاری مناسبی را پیدا کرد.

فرض کنید که یک سهم هم به لحاظ بنیادی و هم به لحاظ **تکنیکال** در شرایط خوبی باشد. پس می‌شود این سهم را در قیمت پایین خرید و منتظر ماند تا رشد کند. حالا اگر سهام دیگری پیدا کردیم که با این سهم همبستگی مثبت دارد بهتر است آن را خریداری نکنیم. چه دلیلی دارد که سرمایه‌مان را روی دو سهم شبیه به هم بگذاریم؟ معمولا هر اتفاقی که برای سهم اول بیفتد، به خاطر همبستگی قوی برای سهم دوم هم می‌افتد. پس کار عاقلانه‌تر آن است که در سهامی دیگر با همبستگی کمتر یا همبستگی معکوس سرمایه گذاری کنیم.

### مثالی از کاربرد ضریب همبستگی در ترکیب پرتفوی

این بخش را با یک مثال از کاربرد ضریب همبستگی در چیدمان سبد سهام ادامه می‌دهیم. دو شرکت الف و ب را در نظرمان مجسم کنید. حالا فرض کنید شرکت الف ۱۱۰ میلیون سهم شرکت ب را که در گروه خودروسازی فعال است خریداری کرده است. پس انتظار داریم وقتی در سهم ب اتفاقات مثبتی رخ بدهد، شاهد تعدیل مثبت در سهم الف باشیم. یعنی با افزایش قیمت سهم ب، سهم الف هم سودسازی خوبی را خواهد داشت. هر چه شرکت الف درصد مالکیت بالاتری داشته باشد، سودسازی‌اش هم بیشتر خواهد بود. اما این اطلاعات به چه دردی می‌خورند؟

قضیه خیلی ساده است. اگر سهم شرکت الف را خریده‌اید دیگر سهم شرکت ب را نخرید. درست است که این دو شرکت سهام متفاوتی دارند اما به هر حال با یکدیگر همبستگی دارند. این‌طور می‌توانید سبد سهامی بچینید که پوشش ریسک در آن رعایت شده است. این مسئله یکی از اصول اولیه برای **متنوع سازی سبد سهام** است. اگر به ترکیب سهامداران شرکت‌های فعال در بورس ایران نگاه کنید، می‌توانید ببینید عمده سهامداران شرکت‌ها چه کسانی هستند. به این ترتیب نه تنها ریسک را کم کرده‌اید بلکه ممکن است بازده بیشتری را هم به دست بیاورید.





## انواع ضرب همبستگی

حالا می‌خواهیم ببینیم انواع ضرب همبستگی چیست و هر کدام چه ویژگی‌هایی دارند. سعی می‌کنیم فرمول هر ضرب را هم بررسی کنیم و توضیحات کوتاهی در مورد هر کدام بنویسم. این ضرایب به شرح زیر هستند:

- ضرب همبستگی پیرسون با دو متغیر فاصله‌ای
- ضرب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن (Spearman) و کندال (Kendall) با دو متغیر رتبه‌ای
- ضرب همبستگی فی (Phi) با دو متغیر اسمی
- ضرب همبستگی نقطه‌ای دو رشته‌ای با یک متغیر فاصله‌ای و یک متغیر اسمی دوقوله‌ای
- ضرب همبستگی گاما- رتبه‌ای دورشته‌ای با یک متغیر رتبه‌ای و یک متغیر اسمی
- ضرب همبستگی وابستگی با دو متغیر اسمی
- ضرب همبستگی دورشته‌ای با یک متغیر فاصله‌ای و یک متغیر تصنعی
- ضرب همبستگی چندرشته‌ای با یک متغیر فاصله‌ای و یک متغیر رتبه‌ای پیوسته
- ضرب همبستگی تتراکوریک (Tetrachoric) با متغیرهای اسمی دوقوله‌ای یا اسمی-تصنعی
- ضرب همبستگی پلی کوریک (Polychoric) با دو متغیر رتبه‌ای پیوسته

وقتی ضرب به اعداد +1 و -1 نزدیک باشد شدت رابطه قوی‌تر خواهد بود. وقتی ضرب +1 باشد همبستگی مثبت کامل داریم و ضرب -1 همبستگی منفی کامل را به ما نشان می‌دهد.

چند تا از مهم‌ترین انواع این ضرایب را با هم بررسی می‌کنیم.

### ضرب همبستگی پیرسون

ضرب همبستگی پیرسون را می‌توانیم معروف‌ترین انواع این ضرب بدانیم. وقتی تعداد داده‌ها زیاد است و توزیع‌ها هم نرمال هستند بهتر است از ضرب پیرسون استفاده کنیم تا شدت و جهت روابط بین دو متغیر را بررسی کنیم. این ضرب مقدار وابستگی بین دو متغیر تصادفی را خیلی خوب به ما نشان می‌دهد.

در ابتدای مقاله فرمول مربوط به این ضریب را بررسی کردیم. وقتی داده‌ها را در فرمول جای‌گذاری کنیم، نتایج مختلفی به دست می‌آید. در تفسیر ضریب همبستگی پیرسون به طور کلی سه حالت زیر را داریم:

- **مثبت:** اعداد مثبت نشان از رابطه‌ی مستقیم بین دو متغیر دارند. یعنی اگر مقدار یکی از متغیرها زیاد شود، مقدار متغیر دیگری هم زیاد می‌شود. در مورد کاهش مقدار هم این قضیه برقرار است. اگر نتیجه‌ی محاسبات اعدادی بین ۰/۸ تا ۱ باشند، در تفسیر ضریب همبستگی باید بگوییم که این دو متغیر رابطه‌ای بسیار قوی دارند. اعداد بین ۰/۸ تا ۰/۶ نشان از رابطه‌ای قوی دارند. همچنین اعداد ۰/۶ تا ۰/۴ رابطه‌ای متوسط را نشان می‌دهند و مقادیر کمتر نشان از رابطه‌ی ضعیف دارد. اگر نتیجه در بازه‌ی ۰/۲ تا صفر قرار بگیرد رابطه بین دو متغیر یا خیلی ناچیز است یا اصلاً رابطه‌ای وجود ندارد.
- **منفی:** این نتیجه برعکس قبلی است. یعنی اگر ضریب همبستگی پیرسون بین دو متغیر منفی باشد، وقتی مقدار یک متغیر زیاد شود، مقدار متغیر دیگری کم می‌شود و بالعکس.
- **صفر:** کاملاً مشخص است که ضریب صفر به چه معناست. این عدد نشان می‌دهد که رابطه‌ای بین دو متغیر تصادفی وجود ندارد.

### ویژگی‌های ضریب همبستگی پیرسون

چند مورد از ویژگی‌های مهم ضریب همبستگی پیرسون را با هم مرور کنیم:

- **بدون واحد بودن:** ربطی ندارد که از چه داده‌هایی استفاده می‌کنیم. چون اصلاً در اینجا چیزی به نام واحد برای‌مان مهم نیست. متغیرها از یک جنس هستند و وقتی با هم مقایسه می‌شوند نیازی به واحد آن‌ها نداریم. پس می‌توانیم این شاخص را به صورت درصدی هم نشان بدهیم.
- **قابلیت جابجایی:** تقارن ویژگی دیگر این ضریب است. یعنی  $COV(X,Y) = COV(Y,X)$  :
- اندازه‌گیری رابطه خطی: نزدیک شدن این ضریب به مقادیر +۱ یا -۱ نشان از رابطه خطی قوی‌تر دارد.
- **استقلال متغیرها:** گفتیم وقتی دو متغیر مستقل هستند همبستگی آن‌ها صفر است اما برعکس این قضیه درست نیست. یعنی نمی‌توانیم بگوییم وقتی ضریب همبستگی صفر است پس حتماً دو متغیر مستقل هستند. این مسئله بستگی به توزیع متغیرها دارد. اگر توزیع نرمال باشد آن موقع می‌توان گفت صفر بودن همبستگی نشان‌گر مستقل بودن متغیرهاست.

محاسبه ضریب همبستگی پیرسون در نرم افزار spss



برای اینکه از نرم‌افزار SPSS استفاده کنیم، باید پس از باز کردن این نرم‌افزار از منوی Analyze و زیرمنوی Correlate گزینه Bivariate را انتخاب کنیم. سپس در کادری که باز می‌شود تیک گزینه‌ی Pearson را می‌زنیم. بعد از این کار باید متغیرهای موردنظر را به قسمت Variables منتقل کنیم. وقتی که تیک گزینه‌ی Flag Significant Correlation را بزنیم، نتایجی که معنای خاصی دارند با علامت ستاره نمایش داده می‌شوند. بعد از اینکه این کارها را انجام دادیم، روی دکمه‌ی Ok کلیک می‌کنیم و در نهایت می‌توانیم نتایج محاسبات را ببینیم.

### تفسیر نتایج آزمون همبستگی پیرسون

فرض کنید می‌خواهیم رابطه‌ی میان وفاداری (Loyalty)، رضایت (Satisfaction) و اعتماد (Trust) را بررسی کنیم. نگاهی به جدول زیر بیندازید تا بعد از آن نتایج آزمون ضریب همبستگی پیرسون را تفسیر کنیم.

## تفسیر نتایج ضریب همبستگی پیرسون

		Satisfaction	Trust	Loyalty
Satisfaction	Pearson Correlation	1	.595**	.573**
	Sig. (2-tailed)		.000	.000
	N	393	393	393
Trust	Pearson Correlation	.595**	1	.709**
	Sig. (2-tailed)	.000		.000
	N	393	393	393
Loyalty	Pearson Correlation	.573**	.709**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	
	N	393	393	393

\*\* . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

در همان نگاه اول می‌توانیم از جدول بالا اطلاعات جالبی به دست بیاوریم. مثلاً دو متغیر رضایت و اعتماد را در نظر بگیرید. در ستون خاکستری رنگ، اولین بخش مربوط به متغیر رضایت است. در سمت راست جدول هم اعدادی وجود دارد که میزان ارتباط بین متغیرها را نشان می‌دهد. مثلاً رابطه‌ی بین رضایت و وفاداری برابر است با ۰/۵۷۳. می‌بینید که

بالای این عدد علامت ستاره وجود دارد. این یعنی این رابطه با اطمینانی بسیار بالا مثبت است. یعنی هر چه رضایت بیشتر باشد وفاداری هم زیاد می‌شود. یا هر چه وفاداری زیاد باشد شاهد رضایت بیشتر خواهیم بود. بقیه‌ی اطلاعات را هم می‌توان به همین شکل و به صورت دو به دو از جدول بالا استخراج کرد.

## ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن

وقتی داشتیم توضیح می‌دادیم که ضریب همبستگی پیرسون چیست، گفتیم که این ضریب مواقعی به دردمان می‌خورد که داده‌های زیادی با توزیع نرمال داشته باشیم. خب حالا اگر داده‌های ما توزیع نرمالی نداشته باشند و تعدادشان هم زیاد نباشد تکلیف چه می‌شود؟ آن موقع باید از ضریب همبستگی رتبه‌ای اسپیرمن استفاده کنیم. در این ضریب هم میانگین و هم واریانس برای ما اهمیت دارند. در اینجا با دو متغیر ترتیبی کار داریم. پس فرق ضریب پیرسون و اسپیرمن در آن است که در اسپیرمن متغیرها غیر پارامتری هستند. یعنی در این ضریب به جای آنکه از مقادیر متغیرها استفاده کنیم، رتبه‌های آن‌ها را در نظر می‌گیریم و محاسبات‌مان را انجام می‌دهیم. اصلا دلیل اینکه به این ضریب رتبه‌ای می‌گویند همین مسئله است. فرمول ضریب همبستگی اسپیرمن را در پایین ببیند تا بهتر متوجه آن شوید.

### فرمول ضریب همبستگی اسپیرمن

$$r_s(x, y) = \frac{cov(r_x, r_y)}{s_{r_x} \cdot s_{r_y}}$$

در تصویر بالا ۲ به معنای رتبه‌ی متغیرهاست. پس  $۲x$  رتبه‌ی متغیر  $x$  و  $۲y$  رتبه‌ی متغیر  $y$  است. این نکته‌ی خیلی مهم را هم بدانید که ممکن است ضریب اسپیرمن برای دو متغیر مساوی با یک باشد اما هیچ رابطه‌ی خطی‌ای بین آن‌ها وجود نداشته باشد. پس نتیجه می‌گیریم که این ضریب به شدت روابط خطی ربطی ندارد.

تفاوت ضریب همبستگی پیرسون و اسپیرمن چیست؟

در بخش قبلی اشاره‌ی کوتاهی به تفاوت ضریب همبستگی پیرسون و اسپیرمن کردیم. حالا کمی بیشتر به این مسئله می‌پردازیم. تفاوت‌ها را بخوانید:

- متغیرها در ضریب پیرسون یا فاصله‌ای هستند یا نسبی. اما در اسپیرمن ترتیبی هستند.
- برای محاسبه ضریب همبستگی پیرسون به فرضیات بیشتری نیاز داریم و همین مسئله عمل محاسبه این ضریب را نسبت به اسپیرمن سخت‌تر می‌کند.
- کارایی ضریب پیرسون بیشتر از اسپیرمن است.
- در ضریب همبستگی پیرسون روابطمان خطی است ولی اسپیرمن به روابط غیرخطی مربوط است.

## ضریب همبستگی کندال

در این ضریب هم مقادیر متغیرها برای ما اهمیتی ندارد و ترتیب آن‌ها را برای محاسباتمان در نظر می‌گیریم. اصلاً هدف از ایجاد این ضریب این بود که بتوانیم همبستگی رتبه‌ها را نسبت به هم اندازه بگیریم. به فرمول ضریب همبستگی کندال توجه کنید:

## فرمول ضریب همبستگی کندال

$$\tau = \frac{|Con| - |Dis|}{n(n-1)/2}$$

متغیرهای  $x$  و  $y$  را در نظر بگیرید. در این فرمول وقتی می‌توانیم بگوییم زوج  $(x_i, y_i)$  و  $(x_j, y_j)$  با یکدیگر هماهنگ یا Concordant هستند که دو رابطه‌ی زیر برقرار باشد:

- $x_i < x_j$
- $y_i < y_j$

در واقع با مرتب کردن هر جفت متغیر بر اساس مولفه‌های اول یا دوم رتبه‌های یکسانی به دست می‌آوریم. عکس این شرایط هم وقتی رخ می‌دهد که داده‌ها ناهماهنگ یا Discordant باشند.

اما اگر بخواهیم ویژگی‌های ضریب کندال را نام ببریم، می‌توانیم به چند مورد زیر اشاره کنیم:

- مخرج کسر همیشه از صورت آن بزرگ‌تر است. این نشان می‌دهد که خروجی این ضریب همیشه بین +۱ و -۱ است.
- اگر تمام زوج‌های داده با هم هماهنگ باشند، خروجی برابر است با +۱.
- اگر تمام زوج‌های داده با هم ناهماهنگ باشند خروجی برابر است با -۱.
- وقتی دو متغیر از هم مستقل و جدا هستند ضریب کندال برابر صفر است.

- این‌ها مهم‌ترین انواع ضریب همبستگی بودند که بررسی کردیم. حالا بهتر است ببینیم روش محاسبه ضریب همبستگی در اکسل چیست.

## نحوه محاسبه ضریب همبستگی در اکسل

در این بخش قصد داریم نشان دهیم که تابع مناسب برای محاسبه ضریب همبستگی در اکسل چیست. برای انجام محاسبات لازم است تابع CORREL یا افزونه Analysis Toolpak را در نرم‌افزار اکسل پیدا کنیم. به منظور استفاده از افزونه Toolpak در نرم‌افزار اکسل لازم است مراحل زیر را به ترتیب انجام دهید:

### مرحله اول

ابتدا در منوی Data و در بخش Analysis روی گزینه Data Analysis کلیک کنید. دقت کنید اگر در این منو گزینه Analysis را پیدا نمی‌کنید به این دلیل است که از قبل این افزونه را بارگذاری نکرده‌اید. برای این کار باید از طریق منوی File و گزینه Option اقدام کنید. بعد از آن با کلیک روی Add-ins و انتخاب Analysis Toolpak گزینه GO را انتخاب کنید و در منوی باز شده تیک گزینه Analysis Toolpak را بزنید.

### مرحله دوم

Correlation را انتخاب کنید و Ok را فشار دهید.

### مرحله سوم

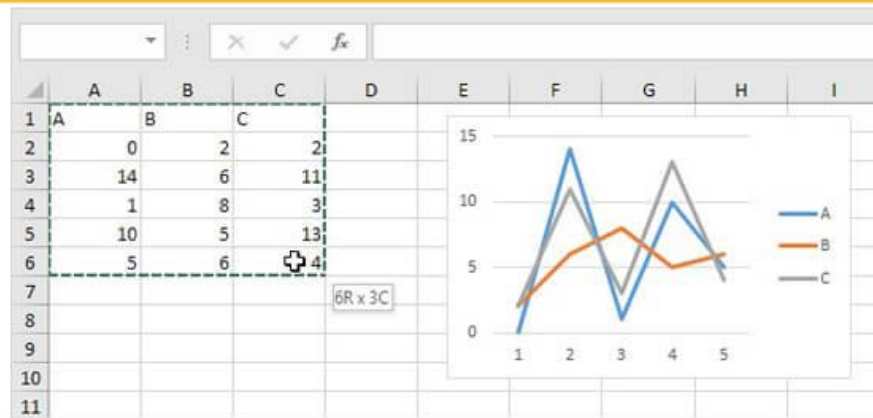




ضریب همبستگی چیست؟ رابطه‌ی مستقیم، خنثی یا معکوس میان دو متغیر

یک محدوده را به عنوان محدوده ورودی (Input Range) انتخاب کنید. در تصویر زیر این محدوده به صورت A1:C6 است.

## انتخاب محدوده ورودی



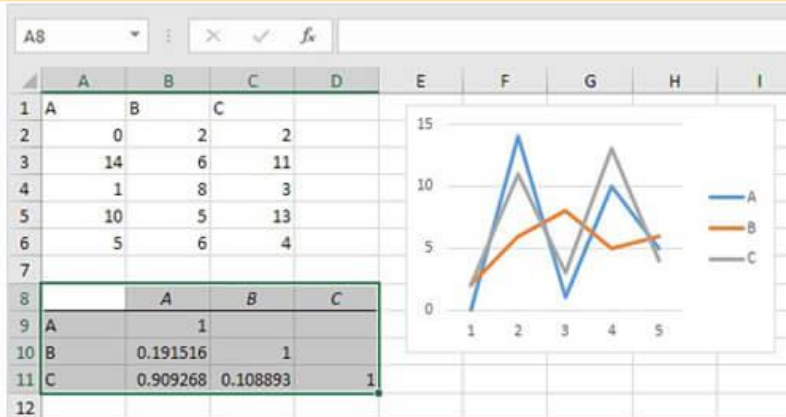
مرحله چهارم

گزینه Labels in First Row را تیک‌دار کنید. سپس سلولی را به عنوان محدوده خروجی (Output Range) انتخاب کنید. در اینجا سلول A8 به این منظور انتخاب شده است.

مرحله پنجم

در انتها روی گزینه Ok کلیک کنید. در نهایت نتیجه‌ای مانند تصویر زیر خواهید دید:

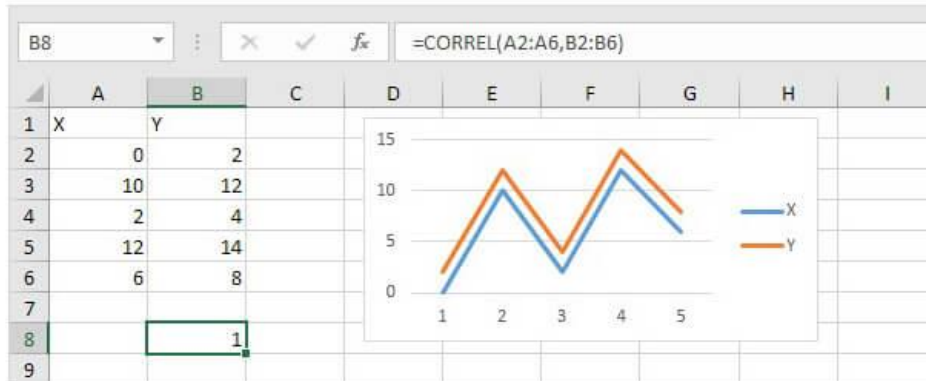
## انتخاب محدوده خروجی



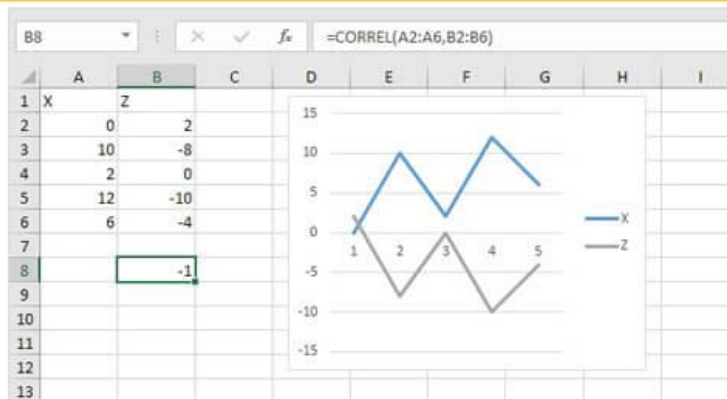
این تصویر نشان می‌دهد که همبستگی میان متغیرهای A و C از نوع مثبت (۰/۹۱) است. هم‌چنین متغیرهای A و B همبستگی ندارند. چرا که مقدار آن‌ها ۰/۱۹ است. B و C نیز با توجه به مقدار ۰/۱۱ فاقد همبستگی هستند. به کمک نمودار می‌توانید این یافته‌ها را تایید کنید.

همبستگی مثبت کامل و همبستگی منفی کامل هم با توجه به ضرایب +۱ و -۱ در تصویر زیر نشان داده شده‌اند.

## همبستگی مثبت کامل



## همبستگی منفی کامل



## جمع بندی

ضریب همبستگی به زبان خیلی ساده نشان می‌دهد که میان دو متغیر چه ارتباطی وجود دارد. این ضریب در بورس از آن جهت کاربرد دارد که می‌توانیم به کمک آن بفهمیم چه

رابطه‌ای میان دو نماد بورسی وجود دارد. مثلاً اگر یک هلدینگ از گروه خودرو، سهامدار عمده‌ی یک شرکت تولید آهن باشد، می‌توانیم به ارتباط بین این دو سهم پی ببریم. یعنی اگر شرکت تولید آهن رشد کند، ارزش را روی شرکت هلدینگ می‌گذارد. پس این دو سهم با هم همبستگی دارند. یعنی لازم نیست وقتی می‌خواهیم سرمایه‌گذاری کنیم، هر دو سهم را بخریم. چرا که اگر یکی رشد کند روی دیگری اثر می‌گذارد و اگر قیمت یکی کم شود قیمت دیگری هم احتمالاً کم می‌شود. ضریب همبستگی انواع مختلفی دارد که سه تا از مهم‌ترین آن‌ها پیرسون، اسپیرمن و کندال هستند.

## سوالات متداول با پاسخ‌های کوتاه

### ضریب همبستگی چیست؟

رابطه‌ی میان دو متغیر به کمک این فاکتور نشان داده می‌شود. با استفاده از این ضریب می‌فهمیم که بین دو متغیر ارتباطی وجود دارد یا نه. اگر ارتباطی وجود داشته باشد شدت و جهت آن را خواهیم فهمید.

### چطور می‌توان ضریب همبستگی را تفسیر کرد؟

اعداد نزدیک به +۱ نشان از رابطه‌ی مثبت و مستقیم بین دو متغیر دارند. یعنی اگر مقدار یکی زیاد شود، دیگری هم زیاد می‌شود و برعکس. عدد -۱ نشان از رابطه‌ی منفی و معکوس دارد. یعنی اگر مقدار یکی زیاد شود، دیگری کم می‌شود و برعکس. عدد صفر هم نشان می‌دهد که اصلاً رابطه‌ای بین دو متغیر وجود ندارد.

### دلیل استفاده از ضریب همبستگی در بورس چیست؟

چون می‌توانیم به کمک این ضریب ریسک‌های سرمایه‌گذاری را پوشش بدهیم و انتخاب‌های بهتری در هنگام چیدمان سبد سهام داشته باشیم.

### مهم‌ترین انواع ضریب همبستگی کدام است؟

اسپیرمن، پیرسون، کندال

